Τιμές Παραγωγής και Εργασιακές Αξίες
στο Απλό Διτομεακό Υπόδειγμα

Θεόδωρος Μαριόλης
Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης
Πάντειο Πανεπιστήμιο
Παράδοση: Ιστορία Οικονομικών Θεωριών, 3ο Εξάμηνο

1. Υποθέσεις

Υποθέτουμε ότι το σύστημα παράγει δύο εμπορεύματα, τα 1 και 2. Το εμπόρευμα 1 είναι ένα «καθαρό» μέσο παραγωγής, το οποίο φθείρεται εξολοκλήρου κατά τη διάρκεια μίας περιόδου παραγωγής (απουσία παγίου κεφαλαίου), και εισέρχεται τόσο στην ίδια του την παραγωγή όσο και στην παραγωγή του εμπορεύματος 2. Αντιθέτως, το εμπόρευμα 2 είναι ένα «καθαρό» μέσο κατανάλωσης, δηλαδή δεν εισέρχεται στην παραγωγή κανενός εμπορεύματος, αλλά μόνο καταναλώνεται από εργάτες και κεφαλαιοκράτες. Τέλος, για την παραγωγή και των δύο εμπορευμάτων απαιτείται άμεση-ζωντανή εργασία, ήτοι κανένας τομέας παραγωγής δεν είναι αυτοματοποιημένος.

Ειδικότερα, για την παραγωγή 1 μονάδας του εμπορεύματος 1 απαιτούνται A_{11} (<1) μονάδες του εμπορεύματος 1 και a_1 μονάδες εργασίας. Για την παραγωγή 1 μονάδας του εμπορεύματος 2 απαιτούνται A_{12} μονάδες του εμπορεύματος 1 και a_2 μονάδες εργασίας. Τέλος, δεδομένο είναι και το πραγματικό ωρομίσθιο και, ειδικότερα, συνίσταται σε b_2 μονάδες του εμπορεύματος 2. Το πραγματικό ωρομίσθιο υποτίθεται διατομεακά ενιαίο, η εργασία ομοιογενής, και οι μισθοί καταβάλλονται εξολοκλήρου στο τέλος της διατομεακά ενιαίας περιόδου παραγωγής. Η κατά σειρά τελευταία υπόθεση, δηλαδή περί χρονικής καταβολής των μισθών, είναι χωρίς ιδιαίτερη σημασία, για ό,τι μας απασχολεί εδώ.

2. Εργασιακές Αξίες

Οι εργασιακές αξίες (σε όρους «*ενσωματωμένης* εργασίας») των δύο εμπορευμάτων, v_1 και v_2, προσδιορίζονται, εξορισμού, από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$v_1 = a_1 + v_1 A_{11} \tag{1}$$

$$v_2 = a_2 + v_1 A_{12} \tag{2}$$

Επιλύοντας την εξίσωση (1) λαμβάνουμε

$$v_1 = a_1 (1 - A_{11})^{-1} \tag{3}$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3) στην εξίσωση (2) λαμβάνουμε

$$v_2 = (a_2 - \Delta)(1 - A_{11})^{-1} \tag{4}$$

όπου $\Delta \equiv A_{11}a_2 - A_{12}a_1$: εάν αυτό το μέγεθος είναι θετικό (αρνητικό), τότε $A_{11}a_1^{-1} >$ (<) $A_{12}a_2^{-1}$ και, άρα, ο τομέας 1 (ο τομέας 2) είναι «εντάσεως κεφαλαίου». Επίσης, ισχύει $a_2 - \Delta > 0$, δεδομένου ότι $A_{11} < 1$.

Τέλος, η σχετική εργασιακή αξία των δύο εμπορευμάτων, $v_1v_2^{-1}$, προσδιορίζεται από τις εξισώσεις (3) και (4), ήτοι

$$v_1v_2^{-1} = a_1(a_2 - \Delta)^{-1} \tag{5}$$

3. Τιμές Παραγωγής

Οι τιμές παραγωγής των δύο εμπορευμάτων, p_1 και p_2, προσδιορίζονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$p_1 = wa_1 + (1+r)\,p_1A_{11} \tag{6}$$

$$p_2 = wa_2 + (1+r)\,p_1A_{12} \tag{7}$$

όπου το w συμβολίζει το χρηματικό ωρομίσθιο, και το r το ποσοστό κέρδους.

Επιλύοντας την εξίσωση (6) λαμβάνουμε:

$$p_1 = wa_1[1-(1+r)A_{11}]^{-1} \tag{8}$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (8) στην εξίσωση (7) λαμβάνουμε:

$$p_2 = w\{a_2 + (1+r)a_1A_{12}[1-(1+r)A_{11}]^{-1}\} \tag{9}$$

Τέλος, η σχετική τιμή των δύο εμπορευμάτων, $p_1p_2^{-1}$, προσδιορίζεται από τις εξισώσεις (8) και (9), ήτοι (λάβε υπόψη τον ορισμό του μεγέθους Δ)

$$p_1p_2^{-1} = a_1[a_2 - (1+r)\Delta]^{-1} \tag{10}$$

4. Σχετική Τιμή Παραγωγής και Σχετική Εργασιακή Αξία

Από τις εξισώσεις (5) και (10) έπονται τα εξής:

(i). Όταν $\Delta \neq 0$, τότε $p_1p_2^{-1} = v_1v_2^{-1}$ (δηλαδή «οι τιμές παραγωγής είναι ανάλογες των εργασιακών αξιών») όταν, και μόνο όταν, $r = 0$.

(ii). Όταν $\Delta = 0$, τότε $p_1p_2^{-1} = v_1v_2^{-1}$ για κάθε τιμή του r. Βέβαια, αυτή η περίπτωση είναι *τετριμμένη*, διότι $\Delta = 0$ σημαίνει ότι οι τεχνικές συνθήκες παραγωγής είναι ομοιόμορφες στους δύο τομείς του συστήματος, άρα είναι ως εάν να υφίσταται ένας μόνο τομέας (οιονεί-μονοτομεακό σύστημα).

(iii). Όταν $\Delta >$ (<) 0, τότε το $p_1p_2^{-1}$ αυξάνεται (μειώνεται) με το ποσοστό κέρδους. Διαπιστώνεται, επομένως, ότι οι σχετικές τιμές παραγωγής αποκλίνουν από τις σχετικές εργασιακές αξίες και, για την ακρίβεια, ότι αυτή η απόκλιση είναι τόσο μεγαλύτερη όσο υψηλότερο είναι το ποσοστό κέρδους.

5. Η Καμπύλη Πραγματικού Ωρομισθίου-Ποσοστού Κέρδους

Για το χρηματικό ωρομίσθιο ισχύει

$$w = p_2b_2 \tag{11}$$

Εισάγοντας την εξίσωση (11) στην εξίσωση (9), απαλείφοντας το p_2, και επιλύοντας ως προς το w, λαμβάνουμε την καμπύλη πραγματικού ωρομισθίου-ποσοστού κέρδους:

$$b_2 = [1-(1+r)A_{11}][a_2-(1+r)\Delta]^{-1} \tag{12}$$

Η εξίσωση (12) ορίζει μία ομογραφική καμπύλη, η οποία είναι γνησίως φθίνουσα, διότι

$$db_2/dr = \Delta - A_{11}a_2[a_2-(1+r)\Delta]^{-2} = -A_{12}a_1[a_2-(1+r)\Delta]^{-2} < 0$$

Αυτή η καμπύλη τέμνει τους άξονες στα σημεία:

(i). $(r=0,\ b_2=(1-A_{11})(a_2-\Delta)^{-1}=v_2^{-1})$, και

(ii). $(r=(1-A_{11})A_{11}^{-1},\ b_2=0)$

Έπονται, επίσης, τα εξής:

(i). Το ποσοστό κέρδους είναι *θετικό* όταν, και μόνο όταν, $v_2b_2<1$, ήτοι όταν, και μόνο όταν, η υπεραξία είναι θετική.

(ii). Η προαναφερθείσα καμπύλη είναι κοίλη (είναι κυρτή) ως προς την αρχή των αξόνων, όταν $\Delta>0$ (όταν $\Delta<0$), διότι:

$$db_2^2/dr^2 = -2A_{12}a_1\Delta[a_2-(1+r)\Delta]^{-3}$$

Όταν $\Delta=0$, η καμπύλη είναι, προφανώς, μία ευθεία γραμμή.

(iii). *Όταν* χρησιμοποιείται ως *numéraire* το εμπόρευμα 2, όταν δηλαδή οι τιμές παραγωγής τυποποιούνται δια της εξίσωσης $p_2=1$, τότε η προαναφερθείσα καμπύλη ταυτίζεται με την καμπύλη *χρηματικού* ωρομισθίου-ποσοστού κέρδους.

(iv). Με εξωγενώς δεδομένο το πραγματικό ωρομίσθιο (όπως θεωρούν οι κλασικοί οικονομολόγοι και ο Marx, για την μακρά περίοδο), το ποσοστό κέρδους προσδιορίζεται από την εξίσωση (12) και, δεδομένης αυτής της τιμής του ποσοστού κέρδους, η σχετική τιμή παραγωγής των εμπορευμάτων προσδιορίζεται από την εξίσωση (10).

6. Η Ρεαλιστικότητα του Υποδείγματος

Το παρόν υπόδειγμα είναι, σαφώς, απλουστευτικό. Ωστόσο, πρόσφατες μελέτες έχουν δείξει ότι οι πραγματικές οικονομίες τείνουν να συμπεριφέρονται όπως αυτό, ιδίως αναφορικά με την καμπύλη ωρομισθίου-ποσοστού κέρδους (βλέπε Mariolis, 2015, Mariolis and Tsoulfidis, 2016, chs 3 and 5). Άρα, θα πρέπει να θεωρείται πολύ περισσότερο χρήσιμο από όσο – εκ πρώτης όψεως – φαίνεται.[1]

[1] Μεταξύ άλλων, αυτό το υπόδειγμα έχει χρησιμοποιηθεί ως βάση σχεδιασμού της οικονομικής μεγέθυνσης και ανάπτυξης, αρχής γενομένης με τις συμβολές των Fel'dman (1928) και Mahalanobis (1953, 1955).

7. Η «Λύση» του Marx στο «Πρόβλημα του Μετασχηματισμού των Εργασιακών Αξιών σε Τιμές Παραγωγής»

Στον 3ο τόμο του *Κεφαλαίου*, ο Marx επιχείρησε να επιλύσει το «πρόβλημα του μετασχηματισμού των εργασιακών αξιών σε τιμές παραγωγής» δια των ακολούθων εξισώσεων για τις τιμές παραγωγής (τώρα, υποθέτουμε, μαζί με τον Marx, ότι οι μισθοί καταβάλλονται εξολοκλήρου στην αρχή της περιόδου παραγωγής):

$$p_1 = (\sigma_1 + \mu_1)(1+\rho) \tag{13}$$

$$p_2 = (\sigma_2 + \mu_2)(1+\rho) \tag{14}$$

$$\rho \equiv (\upsilon_1 + \upsilon_2)[(\sigma_1 + \sigma_2) + (\mu_1 + \mu_2)]^{-1} = \upsilon_{\text{ολ.}}(\sigma_{\text{ολ.}} + \mu_{\text{ολ.}})^{-1} \tag{15}$$

όπου τα σ_i, μ_i, υ_i συμβολίζουν την εργασιακή αξία των μέσων παραγωγής, την εργασιακή αξία των μισθών και την υπεραξία, αντιστοίχως, στον τομέα $i\ (=1,2)$ ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος. Το ρ συμβολίζει το *μέσο* ποσοστό κέρδους του συστήματος σε όρους εργασιακών αξιών (όταν οι δύο τομείς παράγουν από 1 μονάδα εμπορεύματος), και $\upsilon_{\text{ολ.}} \equiv \upsilon_1 + \upsilon_2$, $\sigma_{\text{ολ.}} \equiv \sigma_1 + \sigma_2$, $\mu_{\text{ολ.}} \equiv \mu_1 + \mu_2$. Το ποσοστό υπεραξίας, υποτίθεται διατομεακά ενιαίο συνεπεία διατομεακά ενιαίου πραγματικού ωρομισθίου και ομοιογενούς εργασιακής δύναμης, ήτοι $s = \upsilon_1\mu_1^{-1} = \upsilon_2\mu_2^{-1}$, οπότε $s = \upsilon_{\text{ολ.}}\mu_{\text{ολ.}}^{-1}$. Τέλος, η «αξιακή σύνθεση κεφαλαίου» δεν είναι διατομεακά ενιαία, ήτοι $\sigma_1\mu_1^{-1} \neq \sigma_2\mu_2^{-1}$.[2]

Από τις εξισώσεις (13), (14) και (15) έπονται, μάλλον εύκολα, οι ακόλουθες προτάσεις (τις οποίες άντλησε και ο ίδιος ο Marx):

(i). $p_1 + p_2 = \sigma_{\text{ολ.}} + \mu_{\text{ολ.}} + \upsilon_{\text{ολ.}} = v_1 + v_2 \Leftrightarrow (p_1 - v_1) + (p_2 - v_2) = 0$

ή, με λέξεις, η τιμή παραγωγής του ακαθάριστου προϊόντος του συστήματος ισούται με την εργασιακή αξία του ή, εναλλακτικά ειπωμένο, οι αποκλίσεις τιμών παραγωγής-εργασιακών αξιών αλληλοαναιρούνται όσον αφορά στο ακαθάριστο προϊόν του συστήματος.

(ii). $(\sigma_1 + \mu_1)\rho + (\sigma_2 + \mu_2)\rho = \upsilon_{\text{ολ.}}$

ή, με λέξεις, τα συνολικά κέρδη του συστήματος ισούνται με τη συνολική υπεραξία του συστήματος.

(iii). $p_i v_i^{-1} = p_i(\sigma_i + \mu_i + \upsilon_i)^{-1} > (<)\ 1 \Leftrightarrow \upsilon_i(\sigma_i + \mu_i)^{-1} < (>)\ \rho$

ή, δεδομένου ότι $\upsilon_i\mu_i^{-1} = \upsilon_{\text{ολ.}}\mu_{\text{ολ.}}^{-1}$,

$p_i v_i^{-1} > (<)\ 1 \Leftrightarrow \sigma_i\mu_i^{-1} > (<)\ \sigma_{\text{ολ.}}\mu_{\text{ολ.}}^{-1}$

ή, με λέξεις, η τιμή παραγωγής ενός εμπορεύματος είναι μεγαλύτερη (είναι μικρότερη) από την εργασιακή αξία του όταν, και μόνο όταν, η αξιακή σύνθεση

---

[2] Η περίπτωση $\sigma_1\mu_1^{-1} = \sigma_2\mu_2^{-1}$ είναι τετριμμένη, διότι – όπως μπορεί να αποδειχθεί – είναι απολύτως ισοδύναμη με την περίπτωση $\Delta = 0$, την οποία πραγματευθήκαμε στην Παράγραφο 4 του παρόντος.

κεφαλαίου στον τομέα παραγωγής αυτού του εμπορεύματος είναι μεγαλύτερη (είναι μικρότερη) από την αξιακή σύνθεση κεφαλαίου του συστήματος.[3, 4]

Όμως, οι εξισώσεις (13) και (14) είναι εσφαλμένες: διότι στο αριστερό μέλος τους υπάρχουν μόνο τιμιακά μεγέθη, ενώ στο δεξιό μέλος τους υπάρχουν μόνο μεγέθη μετρημένα σε εργασιακές αξίες ή, με άλλα λόγια, διότι πρόκειται για διαστατικά μη συνεκτικές εξισώσεις. Κατά συνέπεια και οι τρεις ως άνω προτάσεις δεν αποκλείεται να είναι εσφαλμένες. Η περαιτέρω διερεύνηση δείχνει ότι αυτές οι προτάσεις δεν είναι δυνατόν να εξαχθούν από τις *ορθές* εξισώσεις (1), (2), (6), (7) και (11). Ως εκ τούτου, όντως πρόκειται για εσφαλμένες προτάσεις. Εκείνο που ισχύει για τις σχέσεις (i) τιμών παραγωγής-εργασιακών αξιών, και (ii) κέρδους-υπεραξίας, σε ένα απλό διτομεακό σύστημα, περιορίζεται σε ό,τι επισημάνθηκε στις Παραγράφους 4 και 5 του παρόντος (για τη γενίκευσή του, σε πιο σύνθετα συστήματα, βλέπε Parys, 1982, 1986, Μαριόλης, 2010, Δοκίμιο 7).

Αναφορές

Ελληνόγλωσσες

Ακαδημία Επιστημών της ΕΣΣΔ (1961) *Πολιτική Οικονομία*, Αθήνα, Εκδοτικό της Κεντρικής Επιτροπής του ΚΚΕ.

Μαριόλης, Θ. (2010) *Δοκίμια στη Λογική Ιστορία της Πολιτικής Οικονομίας*, Αθήνα, Matura.

Ξενόγλωσσες

Fel’dman, G. A. (1928) On the theory of growth rates of national income, in: N. Spulber (Ed.) (1964) *Foundations of Soviet Strategy for Economic Growth: Selected Soviet Essays, 1924-1930*, Bloomington, Indiana University Press.

Mahalanobis, P. C. (1953) Some observations on the process of growth of national income, *Sankhyā*, *The Indian Journal of Statistics*, 12, pp. 307-312.

Mahalanobis, P. C. (1955) The approach of operational research to planning in India, *Sankhyā*, *The Indian Journal of Statistics*, 16, pp. 3-130.

Mariolis, T. (2015) Norm bounds and a homographic approximation for the wage-profit curve, *Metroeconomica*, 66, pp. 263-283.

Mariolis, T. and Tsoulfidis, L. (2016) *Modern Classical Economics and Reality: A Spectral Analysis of the Theory of Value and Distribution*, Tokyo, Springer.

Parys, W. (1982) The deviation of prices from labor values, *The American Economic Review*, 72, pp. 1208-1212.

Parys, W. (1986) Standard commodities and the transformation problem, *Economie Appliquée*, 39, pp. 181-190.

---

[3] Προφανώς ισχύει: $\min_i\{\sigma_i \mu_i^{-1}\} < \sigma_{\text{ολ.}} \mu_{\text{ολ.}}^{-1} < \max_i\{\sigma_i \mu_i^{-1}\}$.

[4] Για τις ως άνω τρεις προτάσεις, βλέπε και την ενδιαφέρουσα ανάλυση στο πολλαπλά σημαντικό εγχειρίδιο της Ακαδημίας Επιστημών της ΕΣΣΔ (1961, κεφ. 11).